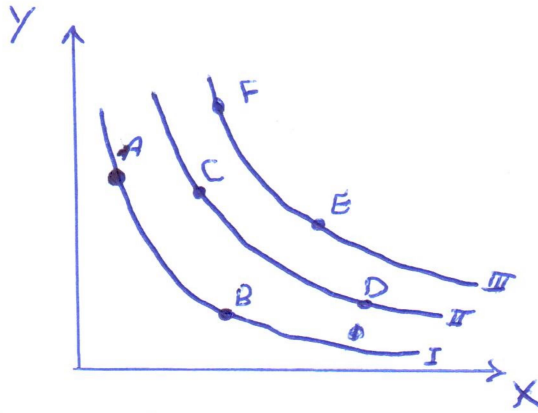


تعریف منحني بی‌تساوی: حرکتی است که مقدار از یک کالای X و Y است که مطلوبیت یا رفاهیت  
 خاطر یکسانی را بر عهده کرده و اهم می‌کند.

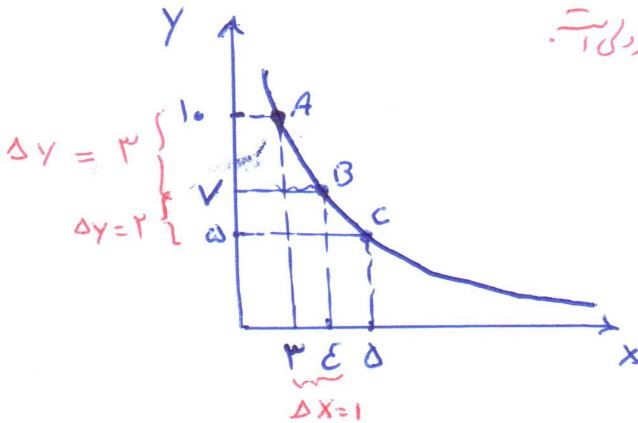
- منحني بی‌تساوی بالاتر از آن دهنده رضایت خاطر بیشتر و منحني بی‌تساوی پایین‌تر بیانگر  
 رضایت خاطر کمتر است.

مثال:



شرح نوری جانشینی ( $MRS_{xy}$ ): برابر است با مقدار از کالای Y که صرف کرده تا مقدار  
 از دست بدهد تا یک واحد اضافی از کالای X به دست آورد و مطلوبیت او ثابت بماند.

نکته: نرخ نوری جانشینی X به جای Y، نزدیکی است.



مثال: صرف کرده بین دو سطح A: (10, 5) و B: (12, 2) بی‌تساوی است - نرخ

نوری جانشینی X به جای Y را به دست آوریم.

$$\Delta Y = 2 - 5 = -3$$

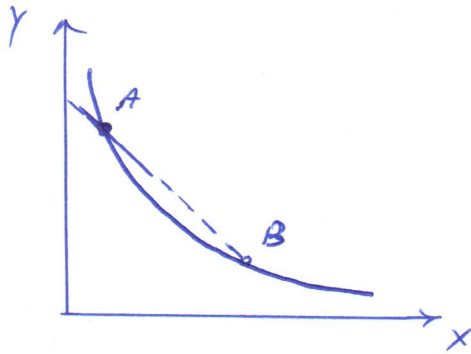
$$\Delta X = 12 - 10 = 2 \Rightarrow MRS_{xy} = \frac{-3}{2} \quad MRS_{xy} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

مثال: در مثال بالا، نرخ نوری جانشینی Y به جای X را به دست آوریم.

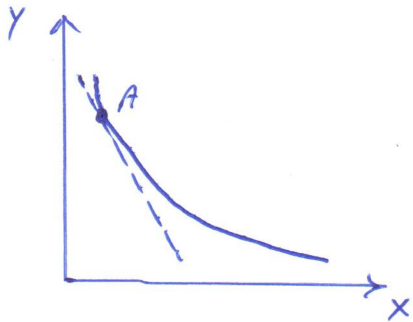
$$MRS_{yx} = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{2}{-3}$$

ادامه نرخ نوبی جانشینی :

نقطه هندسی (مرداری) ، نرخ نوبی جانشینی بین دو نقطه A و B هر یک نوبی وتر یا نوبی پایه خط AB است .



نرخ نوبی جانشینی در دو نقطه روی منحنی بی تفاوتی ، به نوبی خط مماس بر منحنی در آن نقطه اندازه گیری می شود .



خصوصیات مهم بی تفاوتی : سه ویژگی دارند

- (۱) نزولی اند
- (۲) نسبت به مبدأ منقاص می یابند
- (۳) همدمی را قطع نمی کنند .

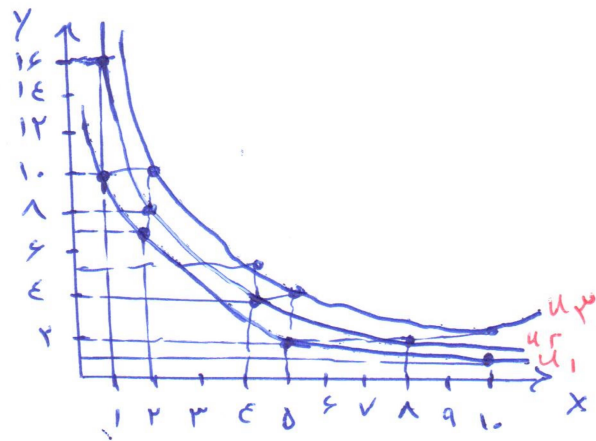
مسئله ریاضی: تابع مطلوبیت صوف گفته شود  $u = x \cdot y$  است.

الف) سه سطحی تنادسی برای  $u_1 = 10$  ،  $u_2 = 16$  و  $u_3 = 20$  را رسم کنید.

ب) در نقاط تعیین شده روی سطحی تنادسی، نرخ نوبی جانشینی  $x$  بر جای  $y$  ( $MRS_{xy}$ ) را بدست آورید.

حل: ابتدا مقادیر سطحی تنادسی را به صورت جدول می نویسیم.

$u_1 = 10$		$u_2 = 16$		$u_3 = 20$	
x	y	x	y	x	y
1	10	1	16	2	10
2	5	2	8	4	5
5	2	4	4	5	4
10	1	8	2	10	2



نرخ نوبی جانشینی در هفت روی سطحی تنادسی برابر است به سبب خطه های موازی بر سطحی تنادسی

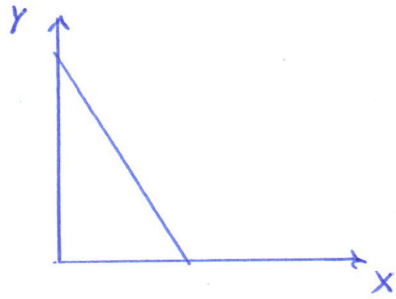
$$MRS_{xy} = \frac{MU_x \rightarrow}{MU_y \rightarrow}$$

$$MU_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad , \quad MU_y = \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$u = x \cdot y \Rightarrow MU_x = \frac{\partial u}{\partial x} = y \quad , \quad MU_y = \frac{\partial u}{\partial y} = x \Rightarrow MRS_{xy} = \frac{y}{x}$$

اگر  $x=2$  و  $y=5$  ،  $MRS_{xy} = \frac{5}{2}$  (  $2, 5 = \frac{5}{2}$  )

$$M = \alpha P_x + \beta P_y$$

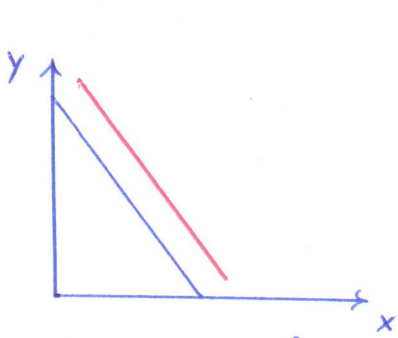


استمال خط برهم:

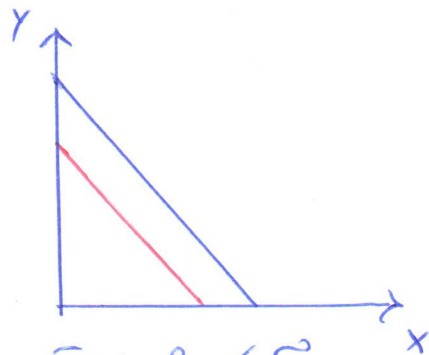
- با تغییر درآمد، خط برهم مستقل می‌گردد بطور موازی
- با تغییر قیمت، خط برهم بطور موازی مستقل می‌گردد

تغییر شیب:

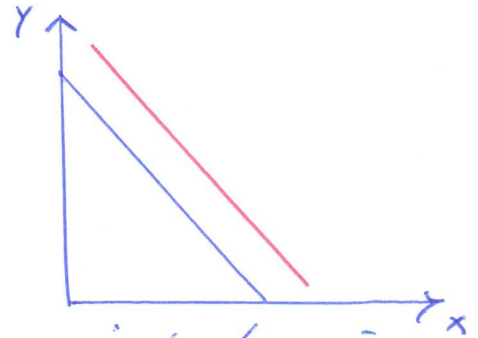
با تغییر قیمت، به نسبت دستار، شیب خط برهم تغییر می‌کند  $\frac{\partial \alpha}{\partial P_x} = -\frac{\beta}{\alpha}$  شیب



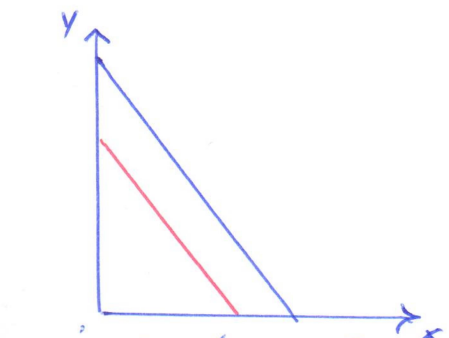
درآمد اوایل یافته است



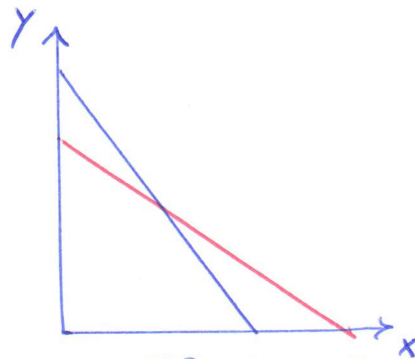
درآمد کاهش یافته است



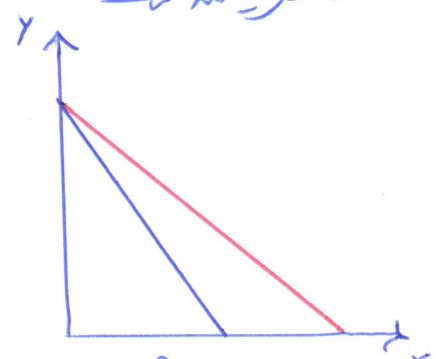
قیمت مورد کالا به نسبت کاهش یافته است



قیمت مورد کالا به نسبت افزایش یافته است



قیمت X کاهش یافته است  
لوازم Y یافته است



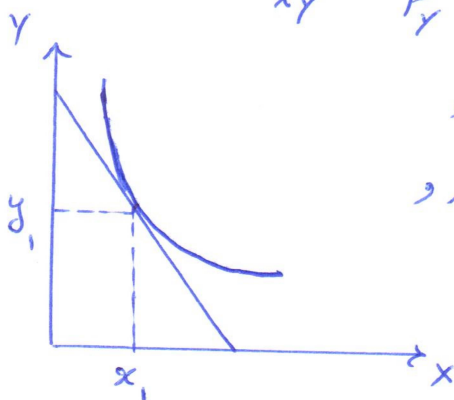
قیمت X کاهش یافته است  
قیمت Y کاهش یافته است

تعداد مصرف کننده:

یعنی حد اکثر مطلوبیت به تنوع به هم محدودیت برده

شرط تعادل:  $\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} =$  شیب خط بودجه = شیب مماسی بر منحنی

$MRS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$



مصرف کننده به مصرف  $x$  واحد از کالای  $x$  و  $y$  واحد از کالای  $y$  و به تنوع در آمد  $M$  و قیمت  $P_x$  و  $P_y$ ، حد اکثر مطلوبیت را کسب می کند.

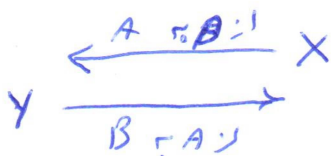
شرط مبارزه کالای:

دو فرد  $A$  و  $B$  در کالای  $x$  و  $y$  را مصرف می کنند:

- اگر  $MRS_{xy}$  هر دو یک باشد، مبارزه صورت نمی گیرد

- اگر  $MRS_{xy}$  دو فرد متفاوت باشد مبارزه انجام می گیرد تا زمانی  $MRS_{xy}$  هر دو یک شود

$(MRS_{xy})_A = \left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)_A > \left(\frac{MU_x}{MU_y}\right)_B = (MRS_{xy})_B$



مثال: مطلوبیت فرد  $A$  از کالای  $x$  ۵ و از کالای  $y$  ۱۰ است. مطلوبیت

فرد  $B$  از کالای  $x$  ۲ و از کالای  $y$  ۵ است. چرا مبارزه

کالای  $x$  بین این دو فرد وجود خواهد برد؟

$(MRS_{xy})_A = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$(MRS_{xy})_B = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

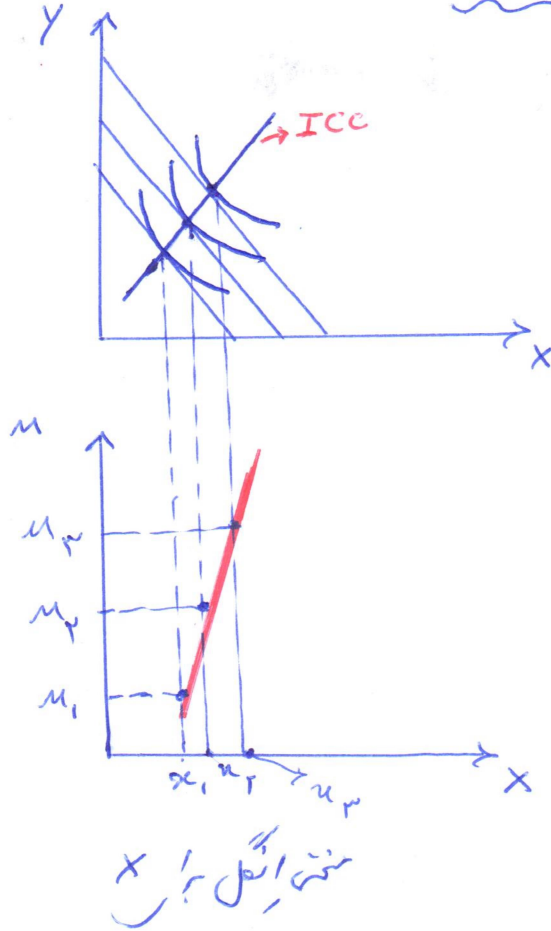
$\frac{1}{2} > \frac{2}{5}$

(۲)

فرد  $B$ ،  $x$  را به  $A$  می دهد و مقدار  $x$  می گیرد.

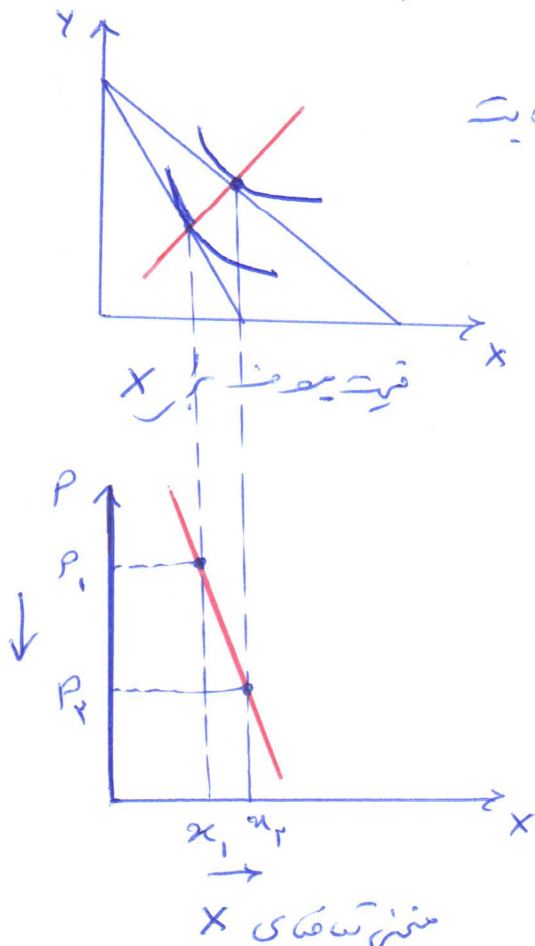
(Income Consumption Curve) ICC منحنی درآمد مصرف

$P_y$  و  $P_x$  و  $M$  تغییر کرده است  
 منحنی‌ها به سمت بیرون می‌روند  
 فقط  $M$  تغییر کرده است



(Price Consumption Curve) PCC: منحنی قیمت مصرف

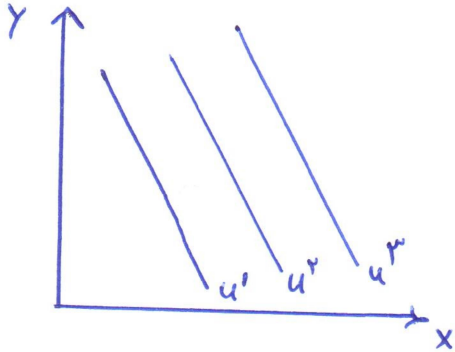
$M$  و  $P_y$  و  $P_x$  تغییر کرده است  
 فقط  $P_x$  تغییر کرده است



مختصه در تنوع خاص:

دو کالای کاملاً جانشین:

مختصه در تنوع دو کالای کاملاً جانشین به صورت خط مستقیم هستند.



شکل ریاضی تابع مطلوبیت دو کالای جانشین:

$$u = \alpha X + \beta Y$$

نرخ لایه جانشین X به جانشین Y یعنی  $MRS_{xy}$  (شیب مختصه یا شیب)

$$MU_x = \alpha \quad , \quad MU_y = \beta \Rightarrow MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$MRS_{xy}$  مختصه ثابت است.

مثال: در تابع مطلوبیت  $u = 5x + 10y$  ،  $MRS_{xy}$  چند است.

$$MRS_{xy} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

تبادل خوب لنگه: شیب خط بودجه  $(\frac{P_x}{P_y})$  را به شیب مختصه یا شیب مختصه مقایسه می کنیم.

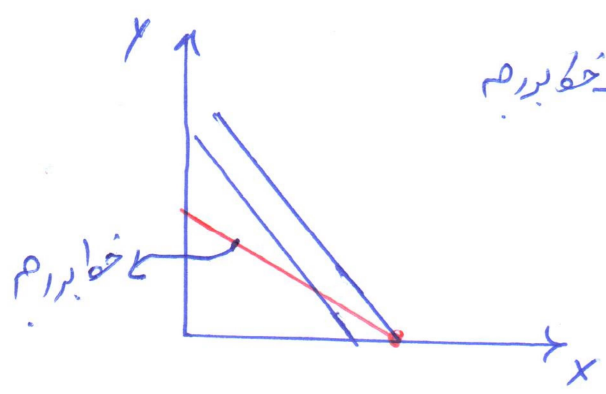
- در حالت جانشین کامل، خوب لنگه و قسطه کالای X و قسطه کالای Y خوب

می کند. اگر شیب خط بودجه و شیب مختصه یا شیب مختصه یکسان باشد، خوب لنگه خوشتر است از

X و Y که در خط بودجه او صدق کند و خوب فرار کند.

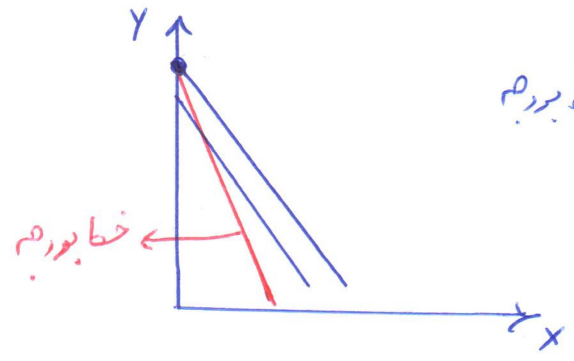
نسبت همگامی (مشتق)  $= MRS_{xy} = \frac{P_x}{P_y} < \frac{P_x}{P_y}$    
 خط برهم  $= \frac{P_x}{P_y}$

قطب از X محور می‌گذرد.



نسبت همگامی (مشتق)  $> \frac{P_x}{P_y}$    
 خط برهم

قطب از Y محور می‌گذرد.



مسئله ۱: تابع مطلوبیت  $u = 5x + 10y$  و خط برهم  $100 = 2x + 5y$  است. نقطه تعادل مصرف کننده را بیابید.

نسبت خط برهم  $= \frac{2}{5}$    
 $\Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2}$    
 نسبت همگامی (مشتق)  $= \frac{1}{2}$

قیمت X به نسبت به خط برهم،  $P_x = 2$  است. لذا کل درآمد او که ۱۰۰ واحد است به خرید فقط X اختصاص می‌دهد و از Y چیزی نمی‌خرد.   

$$\begin{cases} X = \frac{100}{2} = 50 \\ Y = 0 \end{cases}$$

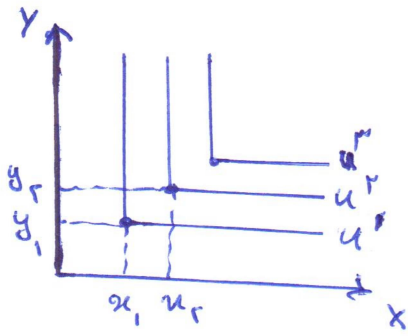
مسئله ۲: اگر در مثال قبلی خط برهم مصرف کننده  $100 = 4x + 5y$  باشد. نقطه تعادل مصرف کننده را بیابید.

نسبت خط برهم  $= \frac{4}{5}$    
 $\Rightarrow \frac{4}{5} > \frac{1}{2}$    
 نسبت همگامی (مشتق)  $= \frac{1}{2}$

$$\begin{cases} X = 0 \\ Y = \frac{100}{5} = 20 \end{cases}$$



مشکل ۵ به تعدادی دوگانه‌ی شکل



- نرخ تعویج جانشین  $MRS_{xy} = 0$  است

- نسبت ترکیب مقادیر  $x$  و  $y$  ثابت است.

مشکل ریاضی تابع مطلوبیت: به صورت تابع لئونتیف

$$u = \min\left(\frac{x}{\alpha}, \frac{y}{\beta}\right)$$

$\alpha$  واحد از  $x$  و  $\beta$  واحد از  $y$  یک واحد مطلوبیت می‌دهد.

$$\frac{x}{y} = \frac{\alpha}{\beta} \quad \text{نسبت مقادیر دوگانه، ثابت است}$$

مثال ۱!  $u = \min\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{3}\right)$  تابع مطلوبیت مصرف کننده برای دوگانه  $x$  و  $y$  است.

اگر  $x=10$  و  $y=20$  باشد، حداکثر چند واحد مطلوبیت کسب می‌کند؟

$$u = \min\left(\frac{10}{2}, \frac{20}{3}\right) = 5$$

5      6.67

از  $x=10$  و  $y=20$  استفاده کرد.

مثال ۲: به ترتیب به تابع مطلوبیت مثال ۱، اگر قیمت  $x$  و  $y$  تغییر کند و  $100$  و درآمد مصرف کننده  $100$  باشد، تعادل مصرف کننده را بیابید.

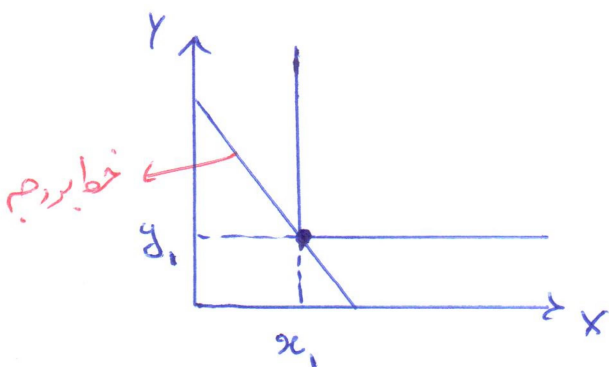
$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2y$$

$$100 = 4x + 5y$$

$$100 = 4x + 5\left(\frac{3}{2}x\right)$$

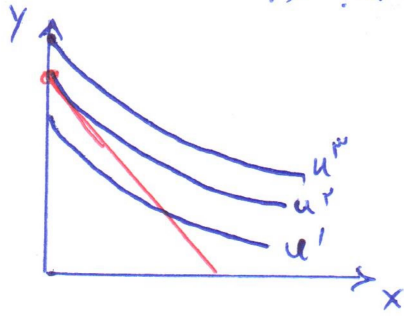
$$100 = 11,5x \Rightarrow x = \frac{100}{11,5}$$

$$y = \frac{300}{23}$$



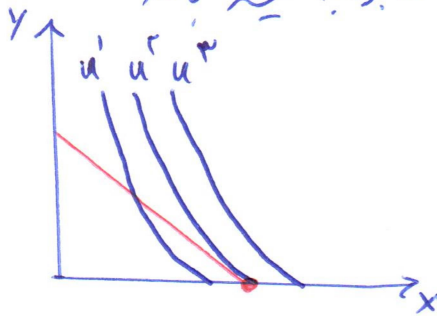
راه حل های گرافیکی

الف) سبب متمم بودن منحنی‌ها همراه با سبب خط برهم کنش بودن



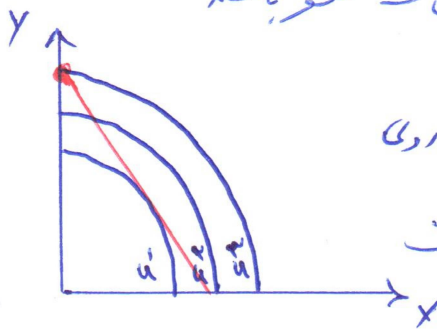
قطب از لا حوف می‌کند

ب) سبب متمم بودن منحنی‌ها همراه با سبب خط برهم کنش بودن

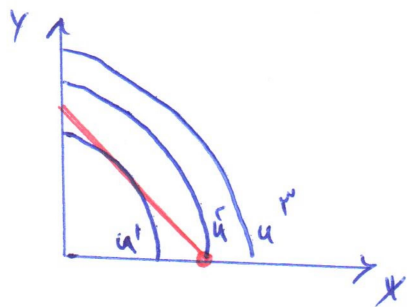


قطب از لا حوف می‌کند

ج) متمم بودن منحنی‌ها نسبت به مبدأ مختصات = متمم بودن

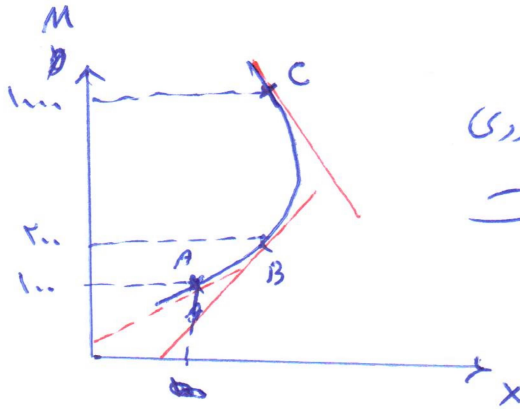


خط برهم کنش بر  $u^1$  همگراست و  $u^3$  را ردی  
مقدار  $y$  قطع می‌کند. لذا فقط  $y$  حوف  
می‌کند.



خط برهم کنش بر  $u^1$  همگراست ولی  $u^2$   
را ردی و  $x$  قطع می‌کند. لذا فقط  
 $x$  حوف می‌کند.

تعیین نقاط  $A, B, C$  به ترتیب بر منحنی انتقال

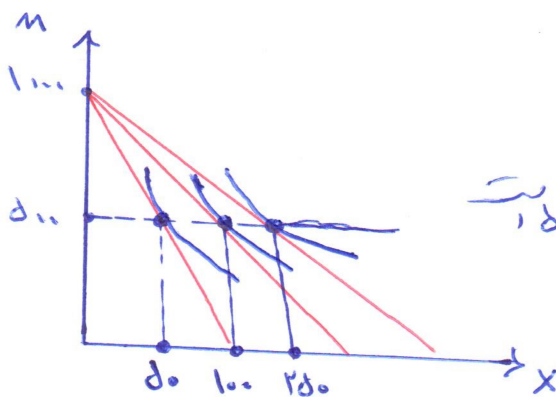


در نقطه  $A$ ، خط مماس بر منحنی انتقال محور عمودی (محور درآمد) را قطع می‌کند و  $A$  که لوکس است

در نقطه  $B$ ، خط مماس بر منحنی محور عمودی را قطع می‌کند.  $B$  که ضرر است

در نقطه  $C$ ، خط مماس بر منحنی است.  $C$  که بی‌بیت است.

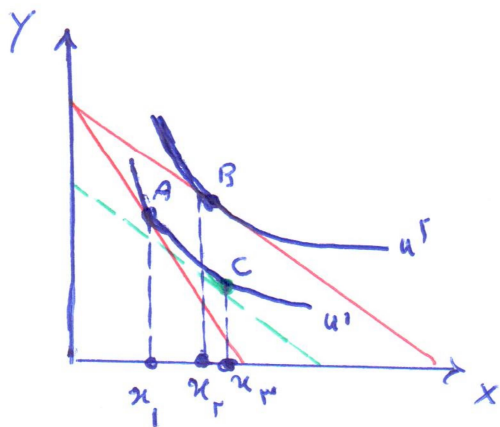
یک مثال دیگر از تعادل حروف کسبه:



کل پول حروف کسبه،  $1000$  است  
 کل پول که به خرید  $X$  اختصاص می‌دهد  $500$  است

گشایش می‌آید  $X$  صادر است.

تغییر اثر جانشینی و درآمدی:



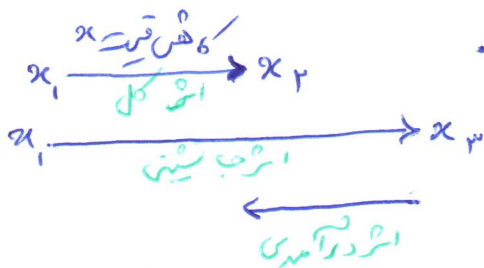
اثر کل:  $x_2, x_3$

اثر جانشینی:  $x_1, x_3$

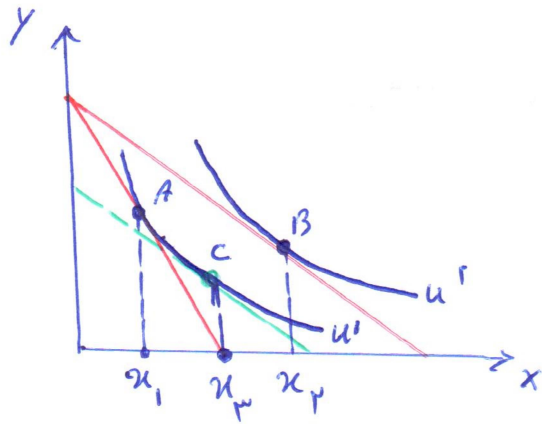
اثر درآمدی:  $x_2, x_3$

در این شکل، اثر جانشینی از اثر کل بیشتر است. بدین معناست که اثر درآمدی منفی است

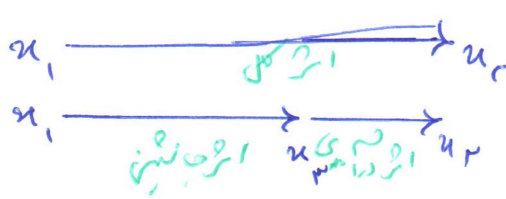
یعنی کالا  $X$  یک کالای لوکس است.



- اثر درآمدی و اثر جانشینی خلاف جهت هم هستند



$x_1, x_2$ : اثر کل  
 $x_1, x_3$ : اثر جانشینی  
 $x_3, x_2$ : اثر درآمدی

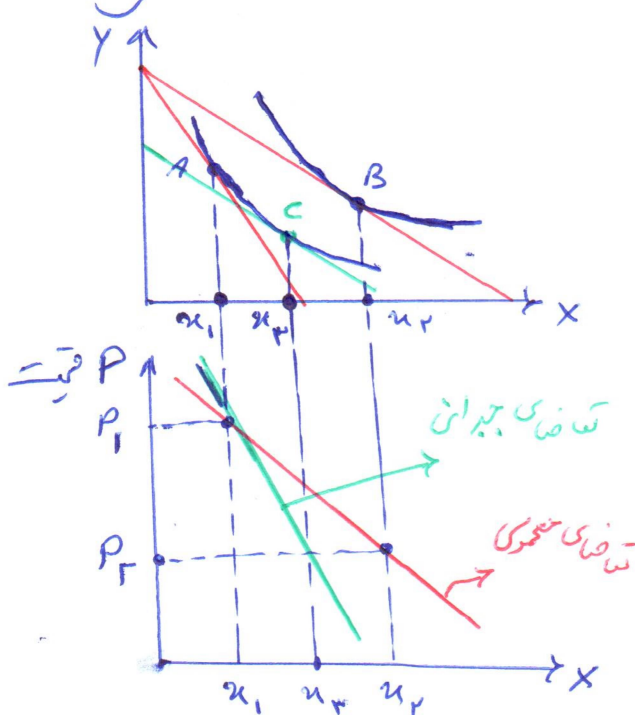


کدام  $x$  یکدگانه نوسال است.

اثر درآمدی و اثر جانشینی هم جهت هستند.

### محتوی تفاوت عمودی و جبرانی

- محتوی تقاضای که لازم است در اثر کل رسم شود، محتوی تفاوت عمودی است.
- محتوی تقاضای که لازم است در اثر جانشینی رسم شود، محتوی تفاوت جبرانی است.
- در محتوی تفاوت عمودی، اثر درآمدی هم وجود دارد اما در محتوی تفاوت جبرانی، اثر درآمدی حذف شده است.
- در محتوی تفاوت عمودی، درآمدی ثابت است اما در محتوی تفاوت جبرانی، درآمدی حقیقی ثابت است.



تابع مطلوبیت مصرف کننده ای به صورت  $u = x \cdot y$  و خط بودجه او به صورت  $100 = 2x + 4y$

الف) منحنی درآمد - مصرف او را رسم کنید

ب) نقطه تعادل مصرف کننده را رسم کنید

ج) اگر قیمت  $x$  از ۲ به یک کاهش یابد، اثر جانشینی و اثر درآمدی را رسم کنید

الف) معادله درآمد - مصرف همان شرط لازم تعادل مصرف کننده است

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{4} \Rightarrow 4y = 2x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

ب) نقطه تعادل از دستگاه معادلات زیر به دست می آید

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ M = xP_x + yP_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ 100 = 2x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 12,5 \end{cases}$$

ج) وقتی قیمت  $x$  کاهش یابد، نقطه تعادل جدید به دست می آید

$$\begin{cases} \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ M = xP_x + yP_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = \frac{1}{4} \\ 100 = x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4}x \\ 100 = x + 4y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 12,5 \end{cases}$$

$x_1 = 25$  و  $x_2 = 50$  است که اثر جانشینی برابر  $x_2 - x_1 = 25$  است

اثر جانشینی، تغییر در تقاضا است به شرط آنکه مطلوبیت مصرف کننده ثابت بماند

$$u_0 = x \cdot y = 25 \times 12,5$$

$$25 \times 12,5 = x \times \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \times 50 \Rightarrow x = 35$$

این  $x$  است.

$x_2 \cdot x_3 =$   ~~$50 \times 12,5$~~  اثر جانشینی  
 $x_2 - x_1 = 35 - 25 = 10$

اثر درآمدی  
 $x_2 \cdot x_3 = x_2 - x_3 = 50 - 35 = 15$

تولیم :

تولیم =

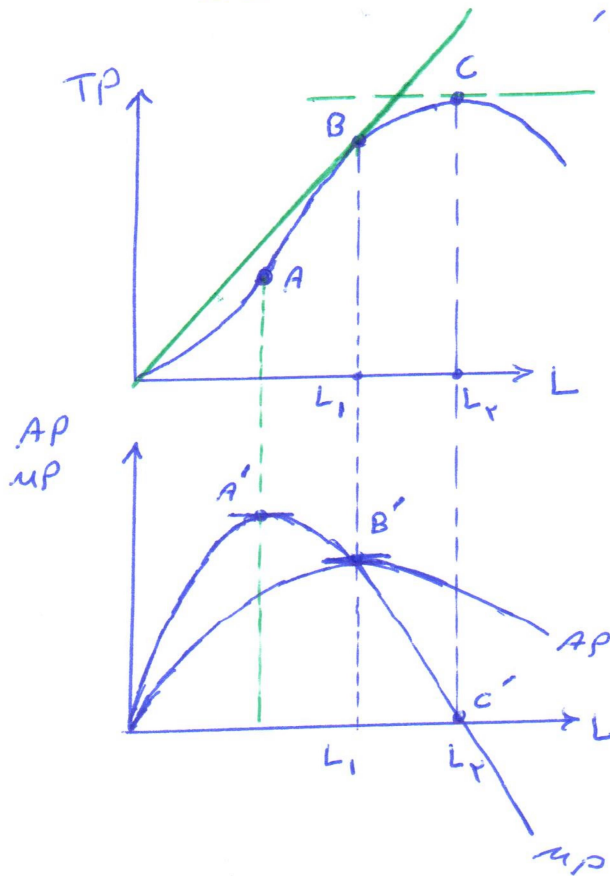
بلندمد =

دکتره دند = ، سره م تابت و نبره کار متغیر است

تولیم کل :  $TP$  ،  $AP_L = \frac{TP}{L}$  ،  $MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$

تولیم متوسط =  $\frac{\text{تولیم کل}}{\text{نبره کار}}$

تولیم نوری =  $\frac{\text{تغیر در تولیم کل}}{\text{تغیر در نبره کار}}$



واری ها :

تولیم :

= $Q$

= $Q$

دکتره د  $Q$  = سره د  $Q$  تپ و نیر د  $Q$  متغیر است

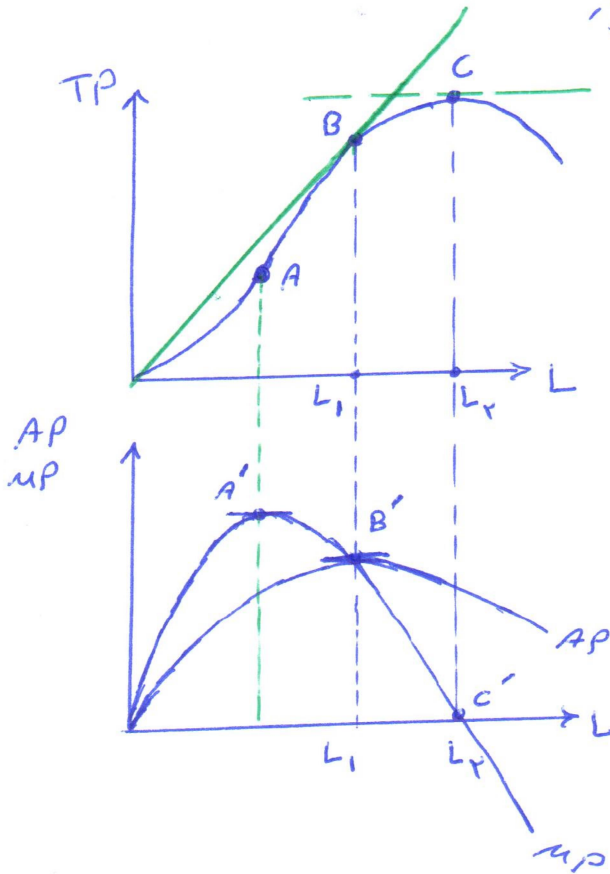
تولیم کل :  $Q$  او نیر نیر د  $Q$  ، او نیر من  $Q$  به نرخ  $Q$   $Q$

$AP_L = \frac{TP}{L}$

تولیم متوسط =  $\frac{\text{تولیم کل}}{\text{نیر د } Q}$

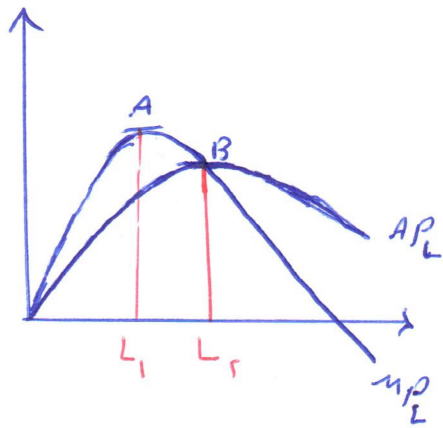
$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$

تولیم نوی =  $\frac{\text{تغیر در تولیم کل}}{\text{تغیر در نیر د } Q}$



و نیر د  $Q$  :

## رابطه منتهی؟ تولید متوسط و تولید نای

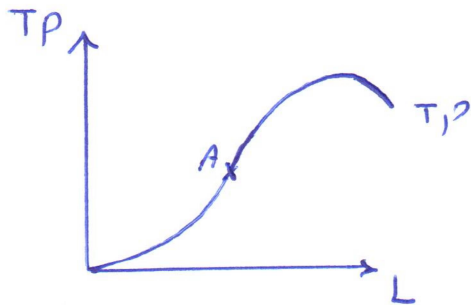


- ۱- نمودار منتهی ابتدا صعودی و بعد نزولی می‌گردد
- ۲- وقتی منتهی تولید متوسط صعودی است، تولید نای از تولید متوسط بیشتر است.
- ۳- در نقطه‌ای که تولید متوسط نزولی است، تولید نای از تولید متوسط کمتر است.
- ۴- تولید نای قبل از تولید متوسط ماکزیمم می‌گردد.

- ۵- در نقطه حد اکثر تولید متوسط، تولید نای و متوسط به هم برابرند
- ۶- قسمت نزولی  $MP_L$  از نقطه قانون بازده نزولی است.

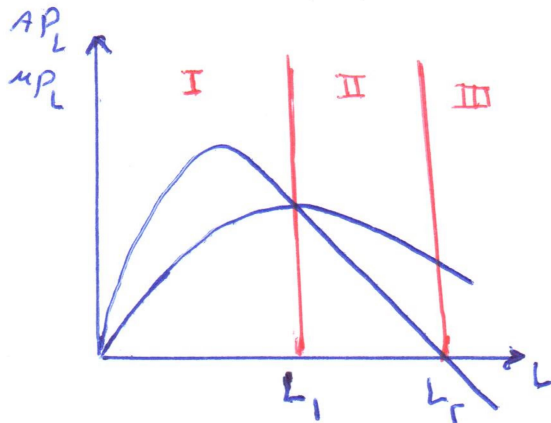
قانون بازدهی نزولی: در سطح کم‌تره ثابت، با افزایش نیروی کار، تولید ابتدا ~~صعودی~~ با نرخ صعودی و بعد با نرخ نزولی افزایش می‌یابد. شروع تولید با نرخ نزولی از نقطه قانون بازدهی

نزولی است



نقطه A آغاز بازدهی نزولی است.  
نقطه عطف منتهی

مراحل (نواحی) تولید





مسئله: تابع تولید کوتاه مدت تولید کننده به صورت  $Q = -L^3 + 6L^2 - 2L$  است

الف) تابع تولید متوسط و نرایی را بیابید

ب) ناحیه تقوم (ناحیه برینه و ناحیه اقتصادی) در چه دامنه‌ای از نیروی کار قرار دارد؟

ج) قانون بازدهی متروکی از چه سطحی از نیروی کار آغاز می‌شود؟

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{-L^3 + 6L^2 - 2L}{L} = -L^2 + 6L - 2$$

الف)

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = -3L^2 + 12L - 2$$

ب) ناحیه تقوم از حد اکثر  $AP$  آغاز و تا  $MP=0$  ادامه دارد

$$\max AP_L = \frac{\partial AP_L}{\partial L} = 0 \Rightarrow -2L + 6 = 0 \Rightarrow L = 3$$

مقدار تولید متوسط در نقطه  $L=3$

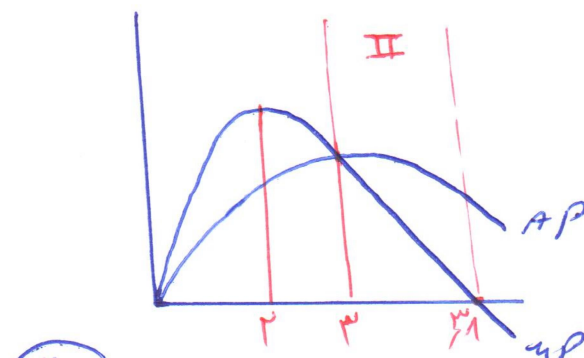
$$= -(3)^2 + 6(3) - 2 = 7$$

$$MP=0 \Rightarrow -3L^2 + 12L - 2 = 0 \begin{cases} L = 3.8 \\ L = 0.18 \end{cases} \quad \text{غیر قابل قبول}$$

$$3 \leq L \leq 3.8$$

ج) قانون بازدهی متروکی از جایی که  $MP_L$  منفرجه می‌شود، آغاز می‌شود

$$\max MP_L = \frac{\partial MP_L}{\partial L} = -6L + 12 = 0 \Rightarrow L = 2$$

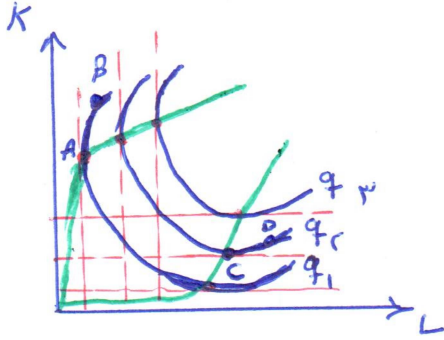


2

تولید در بلندمدت = (بازو نواره متغیر)

بعضی اوقات بنا به نیاز فقط از نواره (بازو کار و سرمایه) برای تولید استفاده می کنند که در بلندمدت هر دو نواره متغیر هستند.

متغیر تولیدی: ترکیب مختلف نواره (L) و سرمایه (K) است که مقدار معینی حاصل می شود. تولید می شود.

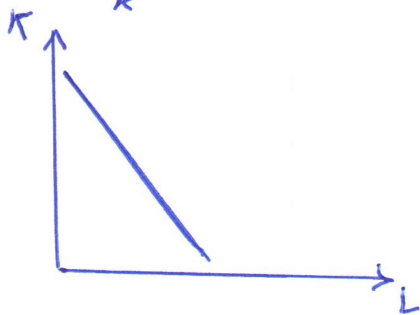


- ۱- در زمانه قابل قبول شیب فردی دارد
- ۲- نسبت به مقدار متغیر همبسته
- ۳- هرگز یکدیگر را قطع نمی کنند

خط هزینه ثابت: ترکیب مختلف L و K است که بنا به نیاز با یکدیگر بر روی خود نواره نواره S، قادر به خرید امکانات.

$$C = L \cdot P_L + K \cdot P_K$$

$$\text{شیب} = -\frac{P_L}{P_K}$$

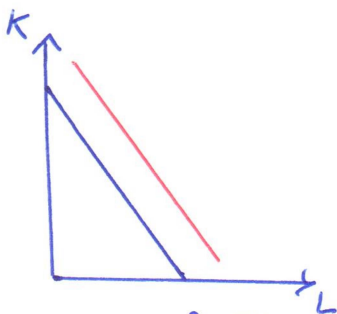


انتقال خط هزینه ثابت

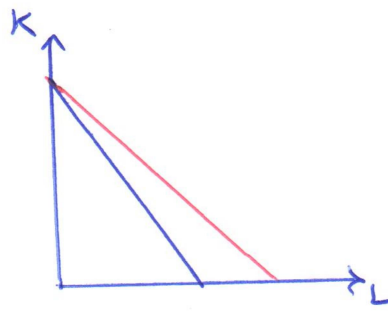
- ۱- تغییر در C
- ۲- تغییر تناسب و شیب در قیمت S

تغییر شیب خط هزینه ثابت

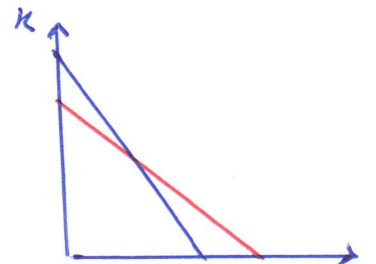
تغییر تناسب در قیمت S



اگر در C یا کاهش تناسب هر دو قیمت



کاهش قیمت L



کاهش قیمت L و افزایش قیمت K